Lycée Grand Nouméa
ECT 1
A. DA SILVA

Devoir maison

Année 2022

A rendre pour le 20 juin.

1 Variables aléatoires 1

Un élève de la classe de ECT1 est absent. On note X le nombre de jours que durera son absence.
La variable aléatoire X suit la loi de probabilité suivante :

x_i	1	2	3	4	5
$P([X = x_i])$	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1

1. Que vaut $P([X \leq 3])$? Interpréter le résultat par une phrase.
2. Calculer l'espérance de X. Interpréter le résultat par une phrase.
3. Construire, dans un repère dont vous choisirez les unités, la fonction de répartition de X.

2 Variables aléatoires 2

On lance trois fois une pièce équilibrée. On note X le plus grand nombre de lancers identiques consécutifs. Ainsi $X(FPP) = 2$ car la plus longue suite de lancers consécutifs est constituée de deux piles.

1. A l'aide d'un arbre, construire le tableau de loi de X.
2. Décrire les évènements $[X = 3]$ et $[X \leq 2]$.
3. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat par une phrase.

3 Suites

Le nombre d'arbres d'une forêt, en milliers d'unités, est modélisé par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre d'arbres, en milliers, au cours de l'année $(2020 + n)$.

En 2020, la forêt possède 50 000 arbres. Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5% des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.

1. Montrer que la situation peut être modélisée par $u_0 = 50$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,95u_n + 3$.
2. Calculer u_1, u_2, u_3. Cette suite est-elle arithmétique ? Géométrique ?
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 60 - u_n$.
   (a) Montrer que $v_{n+1} = 0.95v_n$ et en déduire que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95.

(b) Calculer v_0. Déterminer l'expression de v_n en fonction de n.

(c) Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n = 60 - 10 \times (0,95)^n$.

4. Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2025. On donnera une valeur approchée arrondie à l'unité.
5. Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'arbres de la forêt aura dépassé de 10 % le nombre d'arbres de la forêt en 2020.
6. Que peut-on prédire sur l'évolution de la forêt dans le temps ?

4 Inéquations

Résoudre les inéquations suivantes :

(a) $-2x + 3 > 0$

(b) $2x - 1 < \dfrac{1}{2}$

(c) $x^2 + 2x + 1 > 0$

(d) $\dfrac{1}{3}x + 1 \geqslant \dfrac{2}{3}x - \dfrac{1}{3}$